# Teoría de Conjuntos

# Teoría de Conjuntos

Teoría de conjuntos es un instrumento matemático adecuado para la sistematización de nuestra forma de pensar, y permitir nuestra capacidad de análisis y comprensión de las interrelaciones que hay en todas las partes de un problema, y así facilitar su solución.

Teoría de Conjuntos

# DEFINICION DE CONJUNTO

**Conjunto** es una colección de objetos o entidades distinguibles y bien definidas. Los objetos (números, letras, puntos, etc.) que constituyen un conjunto se les llama **miembros o elementos** del conjunto

Normalmente se utilizan letras mayúsculas **A, B, X, Y ….** Para denotar Conjuntos

Y para denotar a los elementos se utilizan letras minúsculas **a,b,c,…, números, símbolos o variables.**

# DEFINICIONES DE CONJUNTO

**Un Conjunto** puede ser definido:

- **EXPLICITAMENTE**
- **IMPLICITAMENTE**

# DEFINICION DE CONJUNTO EXPLÍCITAMENTE

**EXPLICITAMENTE** escribiendo cada uno de los elementos que componen el conjunto dentro de llaves o separados por una coma

1.- Sea **A** el conjunto de las vocales

**A= { a, e, i, o, u }**

2.- Sea **B** el conjunto de los días de la semana

**B= { lunes , martes, miércoles, jueves, viernes}**

# DEFINICION DE CONJUNTO IMPLICITA

**IMPLICITAMENTE** escribiendo dentro de las llaves las características de los elementos que pertenecen al conjunto , como sigue

Sea **A** es el conjunto de las vocales

**Se escribe** $A= \{^{x}/_{x}$ **es una vocal**$\}$

**Y se lee** **El conjunto de todas las x tales que x es una vocal**

Sea **D** el conjunto de los números pares

**Se escribe** $D= \{^{x}/_{x}$ **es un numero natural par** $\}$

**Y se lee** **El conjunto de todas las x tales que x es un numero natural par"**

# RELACIÓN DE PERTENENCIA

Un elemento **pertenece** a un conjunto si forma parte de su lista de elementos.

Se representa de la siguiente manera

Elemento $\in$ conjunto …….. **Se lee elemento pertenece a conjunto**

Elemento $\notin$ conjunto ……. **Se lee elemento NO pertenece a conjunto**

Ejemplos:

a $\in$ **A Se lee …… a Pertenece al conjunto A**

w $\notin$ **A Se lee …… w No pertenece al conjunto A**

3 $\notin$ **D Se lee …… 3 No pertenece al conjunto D**

# CONJUNTO BIEN DEFINIDO

Podemos decir que un conjunto esta bien definido **si podemos afirmar de manera inequívoca si un elemento pertenece a él o no**

1. Sea T el conjunto de las personas simpáticas

   Este conjunto no esta bien definido ya que la idea de ser simpático es subjetiva, No hay un criterio definido para decir que una persona es simpática o no

2. Un conjunto es **FINITO** cuando podemos listar todos sus elementos

3. Un conjunto es **INFINITO** si no podemos listar todos sus elementos

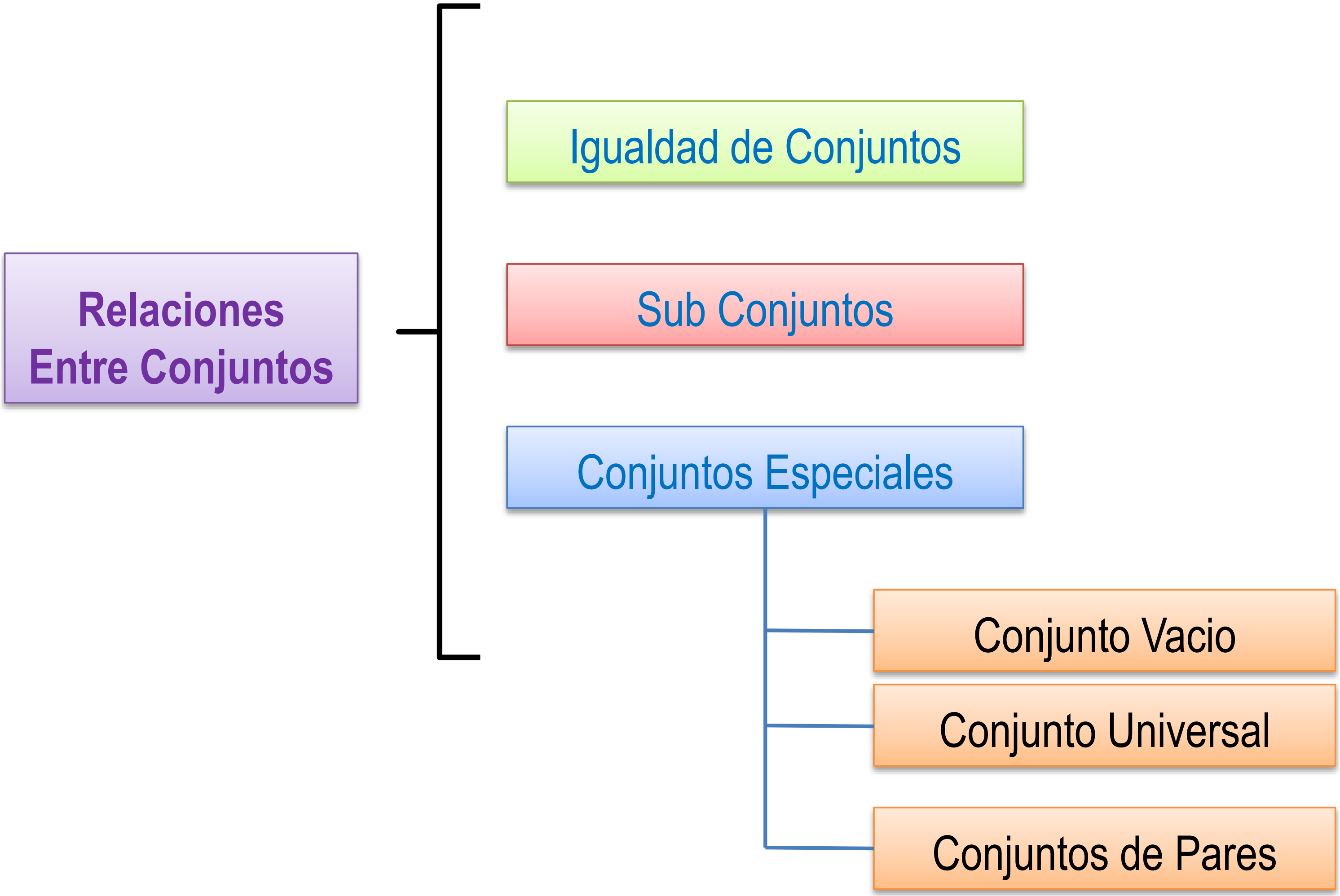
**Ejemplo:**

$$S = \{ {}^{x}/_{x} \in N, x >= 10\}$$

**Se lee x tal que x pertenece a los números naturales y x es mayor o igual a 10**

Relaciones Entre Conjuntos

# RELACIONES DE IGUALDAD DE CONJUNTO



# IGUALDAD DE CONJUNTOS

Decimos que dos conjuntos A y B son iguales (A = B ) si todos los elementos de A pertenecen a B

**A= { x, y }** **B= { y, x }**

Esto es:

A=B,

entonces $x$ **∈** A, implica que $x$ **∈** B y

Que $y$ **∈** B, implica que $y$ **∈** A.

# IGUALDAD DE CONJUNTOS

Ejemplo de Igualdad de Conjuntos……………

**Si**

$$M = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \} \text{ y}$$

$$L = \{ {}^{x}/_{x} \text{ es impar } \wedge 1 \geq x \leq 9 \}$$

Esto significa que

$$M = L$$

Relaciones Entre Conjuntos

$A \subset B$

$B \supset A$

## SUBCONJUNTO

$A \not\subset B$

$B \not\supset A$

Si cada elemento de un conjunto **A** es también elemento de un conjunto **B**,

**entonces A se llama Subconjunto de B**

También decimos que **A**, esta contenido en **B**

O que **B**, esta contenido en **A**

**A no es un subconjunto de B,**

**es decir si por lo menos un elemento de A no pertenece a B**

# SUBCONJUNTO

Ejemplo:

Considere los siguientes conjuntos:

*A={ 1, 3, 4, 5, 8, 9 }* *B={ 1, 2, 3, 5, 7 }* *C={ 1, 5 }*

Podemos decir que:

$C \subset A$ **y** $C \subset B$**,**

**Ya que 1 y 5 los, elementos de C, también son elementos de A y B**

$B \not\subset A$

**Ya que algunos de sus elementos como el 2 y 7 no pertenecen a A o se que no todos lo elementos de B son elementos de A**

## SUBCONJUNTO

Ejemplo:

Considere los siguientes conjuntos:

$B=\{ {}^{x}/_{x} \text{ es un ave}\}$ $H=\{ {}^{y}/_{y} \text{ es una paloma}\}$

Podemos decir que:

$$H \subset B$$

**H es un subconjunto de B**

## SUBCONJUNTO

Ejemplo:

Considere el siguiente conjunto:

$A=\{ {}^{x}/_{x} \in N \text{ es par}\}$ *y* $B=\{ {}^{y}/_{y} \in N \text{ y es múltiplo de } 2\}$

***Podemos decir que…………***

$A \subset B$ $A = B$

$B \subset A$ $B = A$

# CONJUNTO VACIO (Conjuntos Especiales)

Un conjunto VACIO es el que carece de elementos, se simboliza { } o por Ø .

**Ejemplo de conjunto Vacio:**

**El conjunto cuyos miembros son los hombres que viven actualmente con mas 500 años de edad.**

# CONJUNTO VACIO (Conjuntos Especiales)

Un conjunto VACIO es el que carece de elementos, se simboliza { } o por Ø .

**Ejemplo de conjunto Vacio:**

**El conjunto cuyos miembros son los hombres que viven actualmente con mas 500 años de edad.**

# CONJUNTO UNIVERSAL (Conjuntos Especiales)

Cuando se habla o se piensa acerca de los conjuntos es conveniente saber que los miembros de un conjunto dado pertenece a alguna población determinada.

# CONJUNTO UNIVERSAL (Conjuntos Especiales)

Ejemplo
Si se habla de un conjunto de números es útil establecer una población general de números denominado **CONJUNTO UNIVERSO** **o** **CONJUNTO REFERENCIA**

Cuyos elementos son los posibles candidatos para formar los conjuntos que intervienen en una discusión determinada.

El conjunto Universal se denomina : **U**

# CONJUNTO UNIVERSAL (Conjuntos Especiales)

Ejemplo

Si U=N, el conjunto de los números naturales

***A = { 1, 2, 3, 4, 5 }***

***B={ $^{x}/_{x}$ es un numero primo }***

***C = { $^{x}/_{x}$ es un numero natural par }***

***A, B y C son subconjuntos propios de* U**

Los números primos menores que cien son los siguientes:

**2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97**

# Ejercicios

**Defina EXPLICITAMENTE los siguientes conjuntos:**

**A**= { x | x es un mes del año}

**B**= { x | x є N  par, 5 < x <20}

**C**= { x | x es un municipio del estado de colima}

Menciona de cada uno de ellos si es finito, infinito y si esta o no bien definido

# Ejercicios

**Defina IMPLICITAMENTE los siguientes conjuntos:**

Sea **A** el conjunto de materias de V semestre area técnico en dibujo

Sea **B** el conjunto de números impares positivos menores que 20

Sea **C** el conjunto de los números enteros naturales

Menciona de cada uno de ellos si es finito, infinito y si esta o no bien definido

# Actividad 2

Sean los conjuntos:

**A**= {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}

**B**= {2,3,5,7,11}

**C**= {2,4,6,8,10,12}

**D**= { x | x є N par, 1 < x < 12}

**E**= { x | x є N, 1 < x < 12}

**F**= { x | x es un numero primo menor que 7}

Indicar cuales conjuntos son subconjuntos de otro y/o cuales son iguales

**Nota**: Utilizar notación de conjuntos

# CONJUNTO POTENCIA O PARTES (Conjuntos Especiales)

Dado un conjunto A, el conjunto de partes de A, denominado por P(A),

Es el conjunto cuyos elementos son todos los subconjuntos de A

En la lista de subconjuntos de A hay que tener en cuenta dos subconjuntos especiales el mismo A, ya que $A \subset A$, y el conjunto vacio **Ø**

# CONJUNTO PARTES (Conjuntos Especiales)

***Ejemplo***

**Si *A* = *{ a, b, c }* entonces**

$P(A)=\{$ {a}, {b}, {c}, { a, b }, { a, c }, { b, c }, { a, b, c, }, {Ø} $\}$

- ***Los elementos del Conjunto P(A) son a su vez conjunto***
- ***Un conjunto cuyos miembros son conjuntos se llama Familia de Conjuntos***
- ***P(A) es un ejemplo de una familia de conjuntos***

***NOTA: Si un conjunto M tienes n elementos P(M) constara de $2^n$ elementos***

$$2^n = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

Operaciones con Conjuntos

# OPERACIONES CON CONJUNTOS

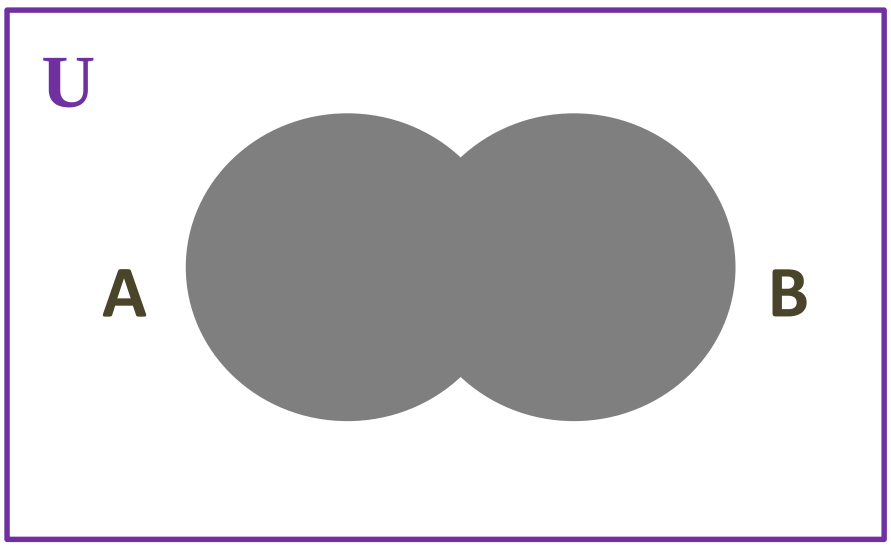
Operaciones con Conjuntos

- Unión
- Intersección
- Diferencia
- Diferencia Simétrica
- Complemento

# UNION DE CONJUNTOS

La unión de dos conjuntos A y B, denominada por A U B que se lee A unión B, es el nuevo Conjunto formado por los elementos que pertenecen a A o B o a ambos conjuntos

**A U B ={ $^x/_x$ Є A V x Є B}**




En el diagrama de Venn, la región sombreada corresponde al conjunto **A U B**

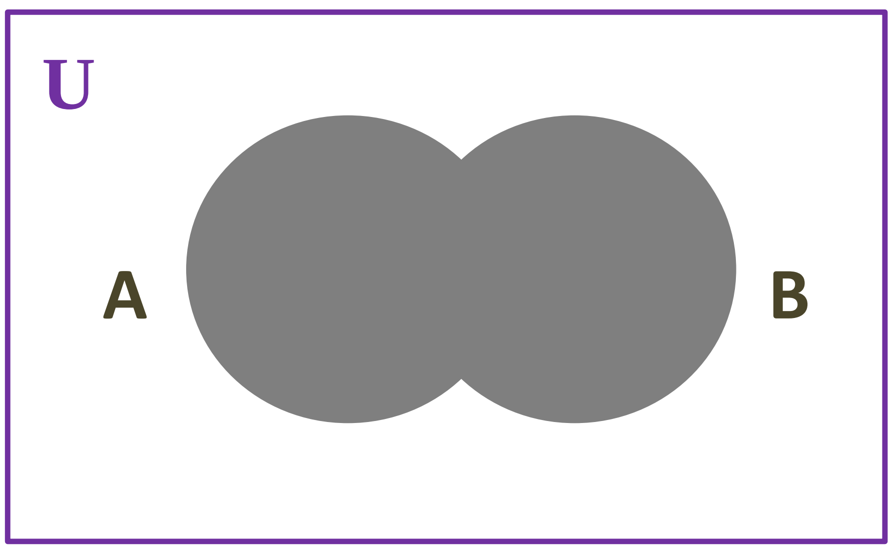
# UNION DE CONJUNTOS

Ejemplo

**Si** $A=\{ a, b, c, d \}$ $B= \{ c, d, e, f \}$

Entonces:

$$A \cup B =\{ a, b, c, d, e, f\}$$

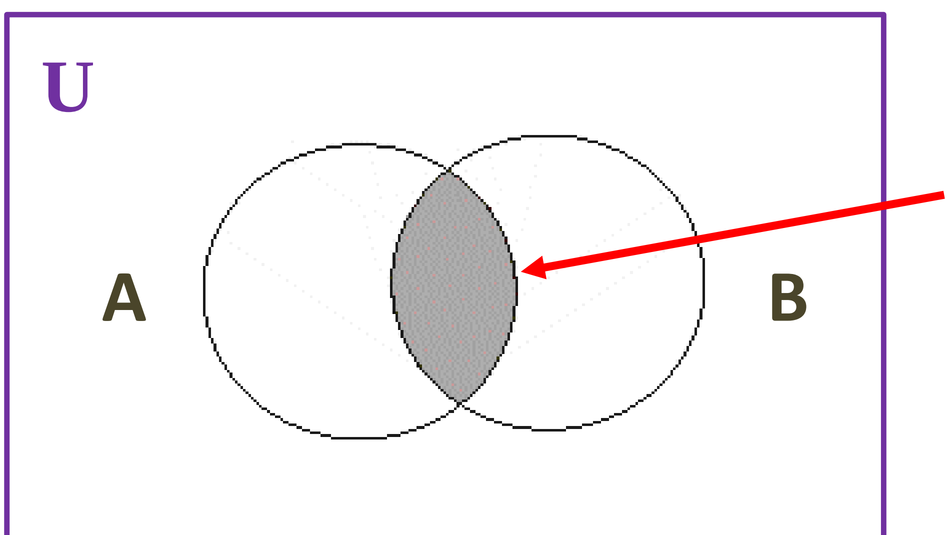


# INTERSECCION DE CONJUNTOS

La intersección de dos conjuntos A y B, denotada A ∩ B, que se lee A intersección B.

Es el nuevo conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y a B, es decir, por los elementos comunes a ambos conjuntos

$$A \cap B = \{ {}^{x}/_{x} \in A \wedge x \in B \}$$




En este diagrama de Venn la región sombreada corresponde al conjunto **A ∩B**

# INTERSECCION DE CONJUNTOS

Si A={ a, b, c, d }  B= { c, d, e, f }

$$A \cap B = \{ c, d \}$$

Observe que los elementos c y d pertenecen simultáneamente a los conjuntos A y B

**A U B** También se llama suma lógica de los conjuntos A y B

**A ∩ B** Se denomina también el producto lógico de los conjuntos Ay B

Dos conjuntos que no tienen nada en común se llaman **DISYUNTOS**

Operaciones con Conjuntos

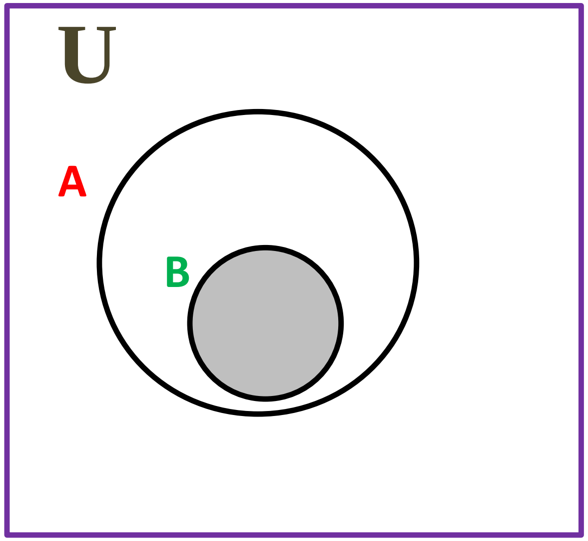
# INTERSECCION DE CONJUNTOS

Si

$A = \{ a, b, c, d \}$

$B = \{ c, d \}$

$A \cap B = \{ c, d \}$



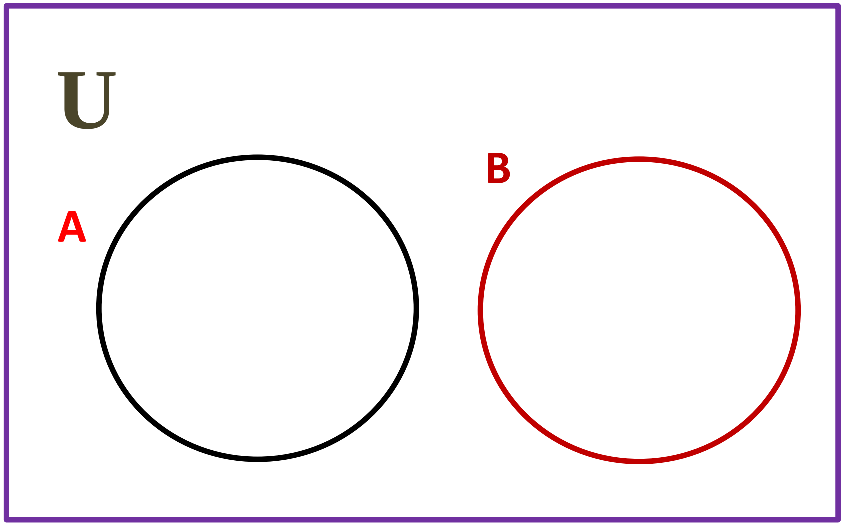

$A \cap B = B$ porque $B \subset A$

Si

$A = \{ a, b, c, d \}$

$B = \{ m, p, q \}$

$A \cap B = \emptyset$



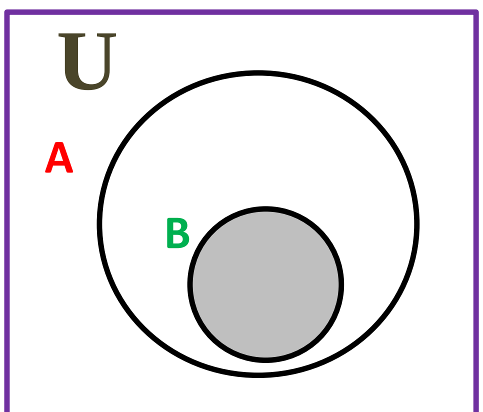

$A \cap B = \emptyset$, A y B son disyuntos

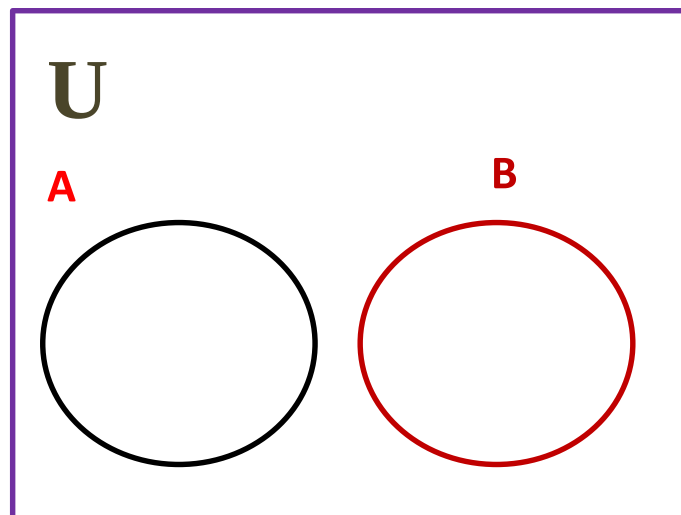
# DIFERENCIA DE CONJUNTOS

La Diferencia de dos conjuntos A y B, denotada A – B, que se lee **A menos B**, es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a **A** y que no pertenecen a **B**

Simbólicamente:

$$\boxed{A - B = \{\, {}^{x}/_{x} \in A \wedge x \notin B \,\}}$$

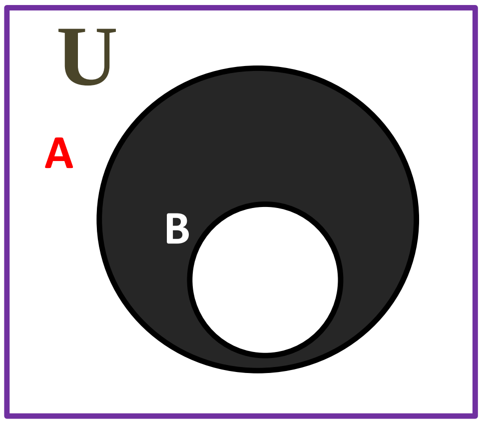


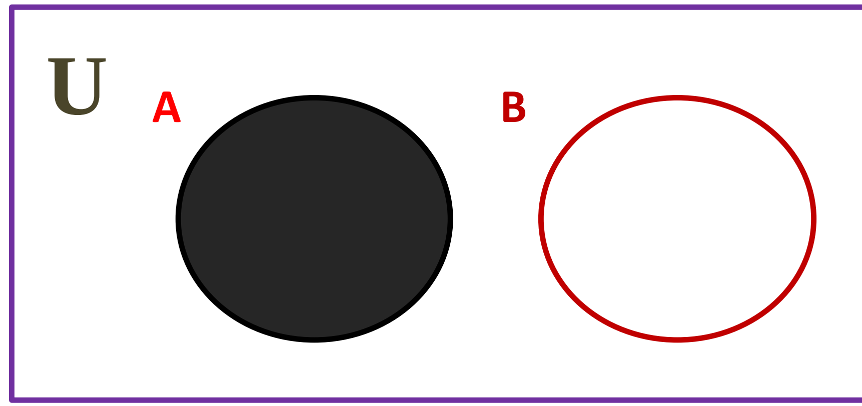



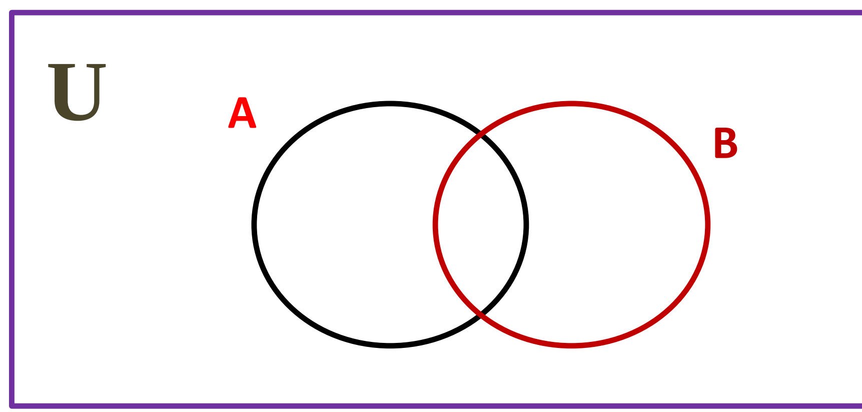
Operaciones con Conjuntos

# DIFERENCIA DE CONJUNTOS

Simbólicamente: $A - B = \{ x/x \in A \wedge x \notin B \}$



# DIFERENCIA DE CONJUNTOS

**Ejemplo 1:**

Si $A=\{ a, b, c \}$ $B=\{ c, d\}$ $A-B=\{ a, b \}$

**Ejemplo 2:**

Si $A=\{ 3, 4, 5, 6 \}$ $B=\{ 4, 5 \}$ $A-B=\{ 3, 6\}$

**Ejemplo 3:**

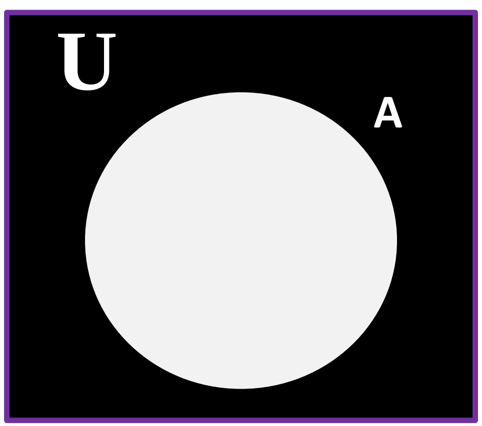
Si $A=\{ 1, 2, 3 \}$ $B=\{ 6, 7 \}$ $A-B=\{1, 2, 3 \}$

# COMPLEMENTEOS DE UN CONJUNTOS

El complemento de un conjunto A con respecto al conjunto U, denota A´, es el conjunto de elementos de U que no pertenecen a A

Simbólicamente: $A´=\{ {}^{X}/_{X} \in A \; U \; \Lambda \; x \; A \}$

$A´= U - A$




Ejemplo:

Sea U = N (el conjunto de los números naturales)

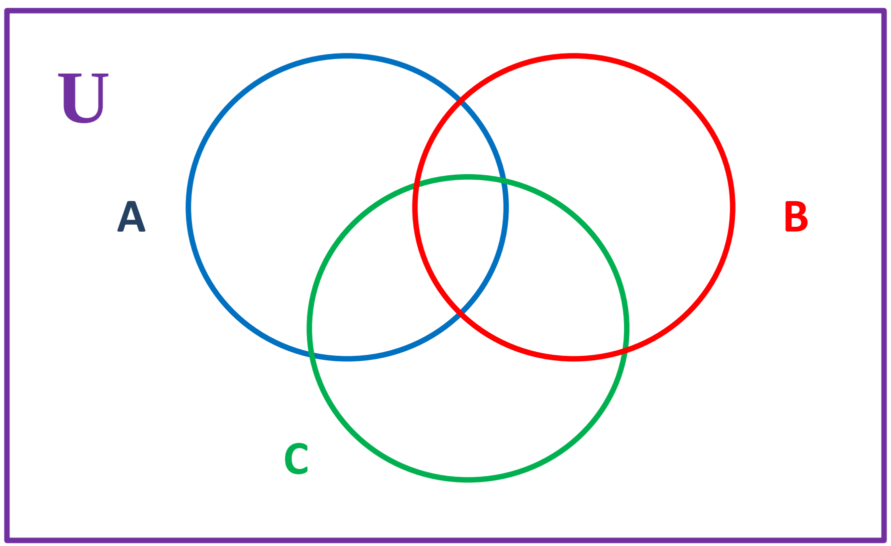
$A = \{ {}^{X}/_{X}$ **es un numero natural par** $\}$

$A´ = \{ {}^{X}/_{X}$ **es un numero natural impar** $\} = U - A$

# DIAGRAMA DE VENN (Euler)

Los Diagramas de **Venn e Euler** son una manera esquemática de representar los conjuntos y los conceptos de la teoría de conjuntos.

Constituyen un auxiliar didáctico valioso para visualizar las relaciones de: **Pertenencia**, **Inclusión** y las **Operaciones con conjuntos.**



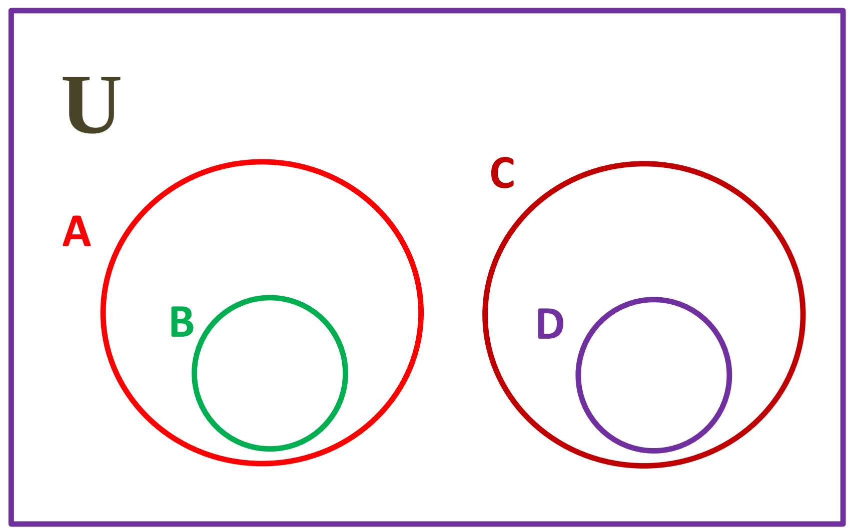

El Rectángulo representa conjunto Universal

Los círculos se han utilizado para representar a cada uno de los conjuntos.

Relaciones Entre Conjuntos

# DIAGRAMA DE VENN (Euler)

Si $A=\{1, 2, 3,\}$ $B=\{1\}$ $C=\{8,9\}$ $D=\{8\}$




$A \subset U$ $B \subset U$ $C \subset U$ $D \subset U$

$B \subset A$ $D \subset C$

# DIFERENCIA SIMÉTRICA DE CONJUNTOS

La Diferencia Simétrica de dos conjuntos A y B, denotada $A \oplus B$, que se lee **A diferencia B**, es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a **A** o a **B** pero no pertenecen simultáneamente a ambos conjuntos

Simbólicamente:

$$A \oplus B = \{ {}^{x}/_{x} \in A \vee x \in B \wedge x \in A \cap B \}$$

# DIFERENCIA SIMÉTRICA DE CONJUNTOS

La Diferencia Simétrica de dos conjuntos A y B, denotada $A \oplus B$, que se lee **A diferencia B**, es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a **A** o a **B** pero no pertenecen simultáneamente a ambos conjuntos

Simbólicamente:

$$A \oplus B = \{ {}^{x}/_{x} \in A \vee x \in B \wedge x \in A \cap B \}$$

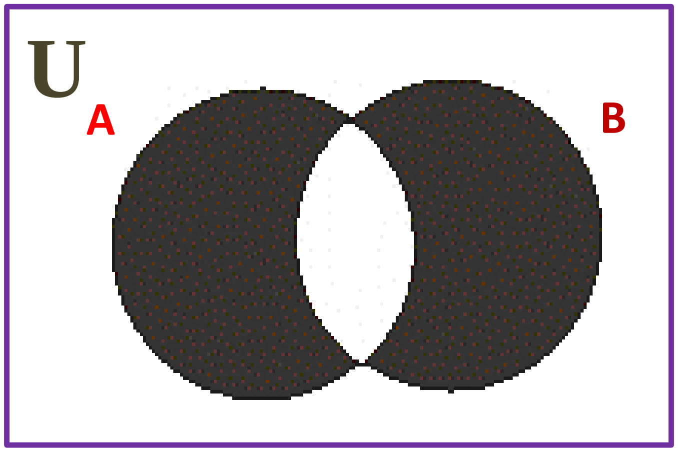
A diferencia simétrica de B es igual a

**x Tal que x pertenece a A o x pertenece a B, y x pertenece a A intersección B**

# DIFERENCIA SIMETRICA DE CONJUNTOS

Simbólicamente: $A - B = \{ {}^{x}/_{x} \in A \wedge x \notin B \}$

En el siguiente grafico se muestra $A \oplus B$




Observe que las regiones a la izquierda y a la derecha corresponden a los conjuntos A-B y B-A

Por eso también

$$A \oplus B = \{ A - B \} \cup \{ B - A \}$$

$$A \oplus B = \{ A \cup B \} - \{ B \cap A \}$$

$A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ $B = \{ 4, 5 \}$ $A \oplus B = \{ 1, 2, 3, 5 \}$

# CONJUNTOS NUMERICOS

## Números Naturales $\mathbb{N}$

Es la colección de Objetos matemáticos representados por los símbolos 1, 2, 3, 4, ….., etc. Llamados números para contar.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

## Números Enteros $\mathbb{Z}$

Los números enteros abarca los números negativos incluyendo en cero y los números positivos. Y se representa

$$\mathbb{Z} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Conjuntos Numéricos

# CONJUNTOS NUMERICOS

## Números Racionales $\mathbb{Q}$

Es el conjunto de los números de la forma donde p y q son enteros, con q ≠ 0, se representa mediante el símbolo.

$$\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q}, q \in \mathbb{Z} \wedge q \neq 0\}$$

## Números Irracionales $\mathbb{Q}'$

Es el conjunto de los números que no pueden ser expresados como el cociente de dos números enteros

$\mathbb{Q}'$ Entre los mas conocidos esta el $\pi$

Conjuntos Numéricos

# CONJUNTOS NUMERICOS

## Números Reales

$\mathbb{R}$

Es el conjunto formado por todos los números racionales e irracionales

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

## Números Complejos

$\mathbb{C}$

Es la colección de números de la forma ***a + bi***, donde a y b son números reales, e ***i*** es la ***unidad imaginaria*** que cumple con la propiedad.

$$i^2=-1$$

Relaciones Entre Conjuntos

# SIMBOLOGIA

IGUAL $=$

ELEMENTO PERTENECE $\in$

ELEMENTO NO PERTENECE $\notin$

ES SUBCONJUNTO $\subset$

NO ES SUBCONJUNTO $\not\subset$

CONJUNTO VACIO **{ } o Ø**

CONJUNTO UNIVERSAL $\mathrm{U}$

CONJUNTO DE PARTES **P{A }**

UNION $\cup$

INTERSECCION $\cap$

DIFERENCIA $-$

DIFERENCIA SIMETRICA $\oplus$

COMPLEMENTO DE UN CONJUNTO $'$

**CONJUNTOS NUMERICOS**

- NATURALES $\mathbb{N}$
- ENTEROS $\mathbb{Z}$
- RACIONALES $\mathbb{Q}$
- IRRACIONALES $\mathbb{Q}'$
- REALES $\mathbb{R}$
- COMPLEJOS $\mathbb{C}$